

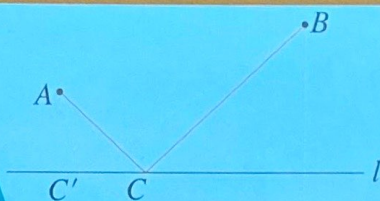


全国优秀教材二等奖

义务教育教科书

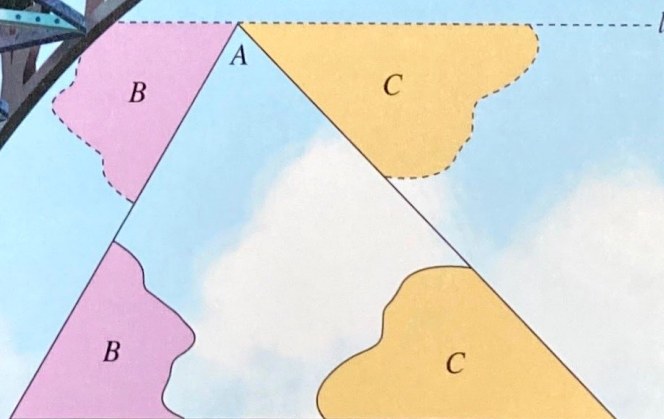
# 八年级 上册

# 数学



整式乘法  
 $p(a+b+c)=pa+pb+pc$

$pa+pb+pc=p(a+b+c)$   
因式分解



人民教育出版社



# 第十一章 轴对称

## 第十三章 轴对称



13.1	轴对称	58
13.2	画轴对称图形	67
	信息技术应用 用轴对称进行图案设计	73
13.3	等腰三角形	75
	实验与探究 三角形中边与角之间的不等关系	84
13.4	课题学习 最短路径问题	85
	数学活动	88
	小结	90
	复习题 13	91

## 第十四章 整式的乘法与因式分解



14.1	整式的乘法	95
14.2	乘法公式	107
	阅读与思考 杨辉三角	113
14.3	因式分解	114
	阅读与思考 $x^2 + (p+q)x + pq$ 型式子的因式分解	121
	数学活动	122
	小结	123
	复习题 14	124



## 13.3 等腰三角形

### 13.3.1 等腰三角形

我们知道，有两边相等的三角形是等腰三角形 (isosceles triangle). 下面，我们利用轴对称的知识来研究等腰三角形的性质.

#### 探究

如图 13.3-1，把一张长方形的纸按图中虚线对折，并剪去阴影部分，再把它展开，得到的 $\triangle ABC$ 有什么特点？

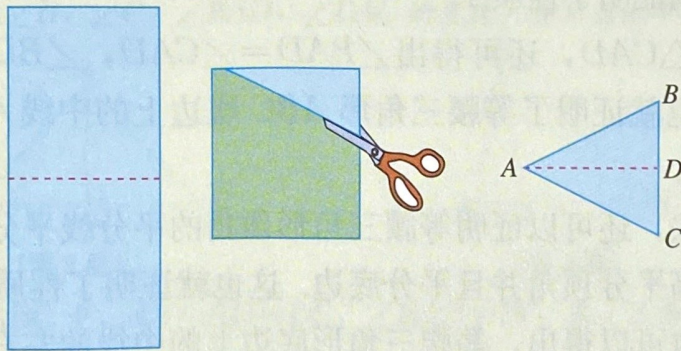


图 13.3-1

上述过程中，剪刀剪过的两条边是相等的，即 $\triangle ABC$  中  $AB=AC$ ，所以 $\triangle ABC$  是等腰三角形.

#### 探究

把剪出的等腰三角形  $ABC$  沿折痕对折，找出其中重合的线段和角.

由这些重合的线段和角，你能发现等腰三角形的性质吗？说一说你的猜想.

在一张白纸上任意画一个等腰三角形，把它剪下来，请你试着折一折. 你的猜想仍然成立吗？



我们可以发现等腰三角形的性质：

**性质1 等腰三角形的两个底角相等**（简写成“等边对等角”）；

**性质2 等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高相互重合**（简写成“三线合一”）。

由上面的操作过程获得启发，我们可以利用三角形的全等证明这些性质。

如图 13.3-2， $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ ，作底边  $BC$  的中线  $AD$ 。

$$\begin{aligned} \because & \begin{cases} AB=AC, \\ BD=CD, \\ AD=AD, \end{cases} \\ \therefore & \triangle BAD \cong \triangle CAD \text{ (SSS)}. \\ \therefore & \angle B = \angle C. \end{aligned}$$

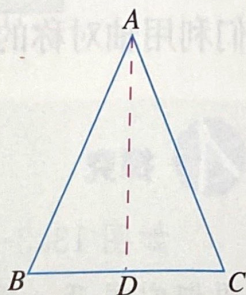


图 13.3-2

这样，我们就证明了性质 1。

由  $\triangle BAD \cong \triangle CAD$ ，还可得出  $\angle BAD = \angle CAD$ ， $\angle BDA = \angle CDA$ ，从而  $AD \perp BC$ 。这也就证明了等腰三角形  $ABC$  底边上的中线  $AD$  平分顶角  $\angle A$  并垂直于底边  $BC$ 。

用类似的方法，还可以证明等腰三角形顶角的平分线平分底边并且垂直于底边，底边上的高平分顶角并且平分底边。这也就证明了性质 2。

从以上证明也可以得出，等腰三角形底边上的中线的左右两部分经翻折可以重合，等腰三角形是轴对称图形，底边上的中线（顶角平分线、底边上的高）所在直线就是它的对称轴。

**例 1** 如图 13.3-3，在  $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ ，点  $D$  在  $AC$  上，且  $BD=BC=AD$ 。求  $\triangle ABC$  各角的度数。

**解：**  $\because AB=AC, BD=BC=AD$ ,

$$\begin{aligned} \therefore \quad & \angle ABC = \angle C = \angle BDC, \\ & \angle A = \angle ABD \text{ (等边对等角)}. \end{aligned}$$

设  $\angle A = x$ ，则

$$\angle BDC = \angle A + \angle ABD = 2x,$$

从而

$$\angle ABC = \angle C = \angle BDC = 2x.$$

于是在  $\triangle ABC$  中，有

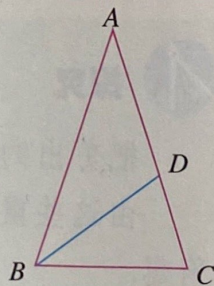


图 13.3-3



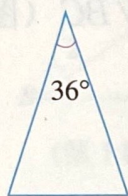
$$\angle A + \angle ABC + \angle C = x + 2x + 2x = 180^\circ.$$

解得  $x = 36^\circ$ .

所以, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 36^\circ$ ,  $\angle ABC = \angle C = 72^\circ$ .

### 练习

1. 如图, 在下列等腰三角形中, 分别求出它们的底角的度数.



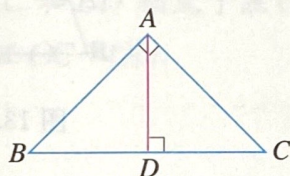
(1)



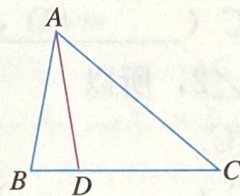
(2)

(第1题)

2. 如图,  $\triangle ABC$  是等腰直角三角形 ( $AB = AC$ ,  $\angle BAC = 90^\circ$ ),  $AD$  是底边  $BC$  上的高. 标出  $\angle B$ ,  $\angle C$ ,  $\angle BAD$ ,  $\angle DAC$  的度数, 并写出图中所有相等的线段.



(第2题)



(第3题)

3. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AD = DC$ ,  $\angle BAD = 26^\circ$ . 求  $\angle B$  和  $\angle C$  的度数.



### 思考

我们知道, 如果一个三角形有两条边相等, 那么它们所对的角相等. 反过来, 如果一个三角形有两个角相等, 那么它们所对的边有什么关系?

如图 13.3-4, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle B = \angle C$ .

作  $\triangle ABC$  的角平分线  $AD$ .

在  $\triangle BAD$  和  $\triangle CAD$  中,

$$\begin{cases} \angle 1 = \angle 2, \\ \angle B = \angle C, \\ AD = AD, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAD \text{ (AAS).}$$

$$\therefore AB = AC.$$

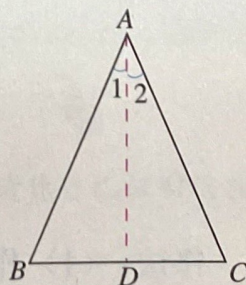


图 13.3-4



由上面推证，我们可以得到等腰三角形的判定方法：

**如果一个三角形有两个角相等，那么这两个角所对的边也相等**（简写成“等角对等边”）。

**例 2** 求证：如果三角形一个外角的平分线平行于三角形的一边，那么这个三角形是等腰三角形。

已知： $\angle CAE$  是  $\triangle ABC$  的外角， $\angle 1 = \angle 2$ ， $AD \parallel BC$ （图 13.3-5）。

求证： $AB = AC$ 。

**分析：**要证明  $AB = AC$ ，可先证明  $\angle B = \angle C$ 。因为  $\angle 1 = \angle 2$ ，所以可以设法找出  $\angle B$ ， $\angle C$  与  $\angle 1$ ， $\angle 2$  的关系。

**证明：** $\because AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle B$ （\_\_\_\_\_），

$\angle 2 = \angle C$ （\_\_\_\_\_）。

而已知  $\angle 1 = \angle 2$ ，所以

$\angle B = \angle C$ 。

$\therefore AB = AC$ （\_\_\_\_\_）。

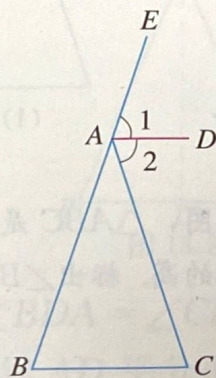


图 13.3-5

**例 3** 已知等腰三角形底边长为  $a$ ，底边上的高的长为  $h$ ，求作这个等腰三角形。

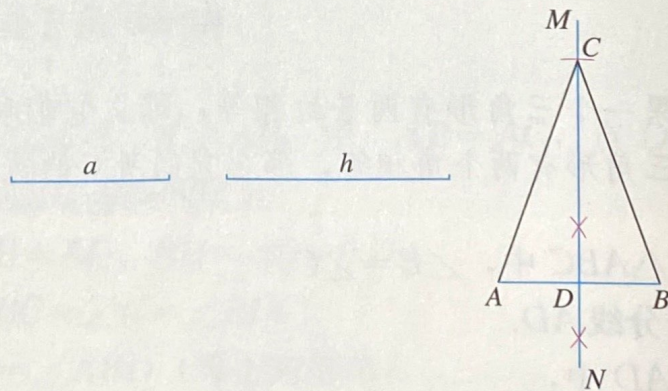


图 13.3-6

**作法：**(1) 作线段  $AB = a$ 。

(2) 作线段  $AB$  的垂直平分线  $MN$ ，与  $AB$  相交于点  $D$ 。

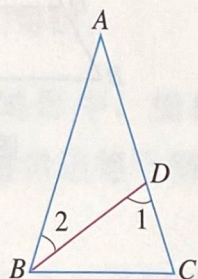
(3) 在  $MN$  上取一点  $C$ ，使  $DC = h$ 。

(4) 连接  $AC$ ， $BC$ ，则  $\triangle ABC$  就是所求作的等腰三角形。

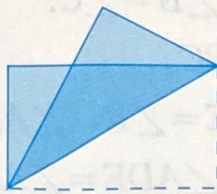


## 练习

1. 如图,  $\angle A = 36^\circ$ ,  $\angle DBC = 36^\circ$ ,  $\angle C = 72^\circ$ . 分别计算  $\angle 1$ ,  $\angle 2$  的度数, 并说明图中有哪些等腰三角形.

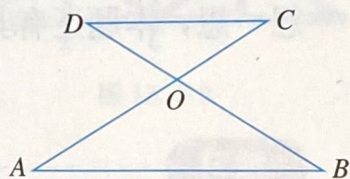


(第1题)



(第2题)

2. 如图, 把一张长方形的纸沿对角线折叠, 重合部分是一个等腰三角形吗? 为什么?
3. 求证: 如果三角形一条边上的中线等于这条边的一半, 那么这个三角形是直角三角形.
4. 如图,  $AC$  和  $BD$  相交于点  $O$ , 且  $AB \parallel DC$ ,  $OA = OB$ . 求证  $OC = OD$ .



(第4题)

## 13.3.2 等边三角形

我们知道, 等边三角形 (equilateral triangle) 是三边都相等的特殊的等腰三角形.



### 思考

把等腰三角形的性质用于等边三角形, 能得到什么结论? 一个三角形的三个内角满足什么条件才是等边三角形?

由等腰三角形的性质和判定方法, 可以得到:  
**等边三角形的三个内角都相等, 并且每一个角都等于  $60^\circ$ .**

**三个角都相等的三角形是等边三角形.**

**有一个角是  $60^\circ$  的等腰三角形是等边三角形.**

请你自己证明这些结论.